

Морфологические методы оценивания относительной задержки инфразвуковых сигналов в виде N- и U-волн

А.Ф. Идрисов,^{1,*} А.И. Чуличков,^{1,2,†} С.Н. Куличков^{1,2,‡}

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

²Институт физики атмосферы имени А.М. Обухова Российской академии наук
Россия, 119017, Москва, Пыжневский переулок, д. 3, стр. 1

(Поступила в редакцию 04.03.2026; после доработки 16.03.2026; подписана в печать 18.03.2026)

В настоящей статье исследуется точность оценивания относительной временной задержки для модельных инфразвуковых сигналов сложной формы, представленных в виде комбинации N- и U-волн, характерных для регистрации природных событий (взрывов, извержений, метеоров). Для решения этой задачи предлагается применить морфологические методы анализа сигналов, разрабатываемые на кафедре математического моделирования и информатики физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. Эти методы позволяют эффективно работать с формой сигнала, что является критически важным для корректного определения временных параметров нестационарных волн. Приводятся краткие описания морфологического подхода и особенностей N-/U-волн, а также результаты компьютерного эксперимента по оцениванию относительной задержки модельных сигналов морфологическими методами. Эксперимент демонстрирует работоспособность и потенциальные преимущества предложенных методов при наличии помех и искажений формы сигнала. Полученные результаты могут быть использованы для повышения точности и надежности систем локации источников инфразвука в области геофизики и физики атмосферы.

PACS: 43.60.-с, 05.45.Tr, 02.90.+р УДК: 519.6

Ключевые слова: физика атмосферы, анализ сигналов, акустика, морфологический анализ, оценивание временной задержки, вейвлет-спектр, инфразвуковые сигналы, N-волны, U-волны.

DOI: [10.55959/MSU0579-9392.81.2620902](https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.81.2620902)

ВВЕДЕНИЕ

Инфразвук, как низкочастотная составляющая акустического спектра (обычно ниже 20 Гц), обладает уникальной способностью распространяться на чрезвычайно большие расстояния с малым затуханием [1]. Это свойство делает его незаменимым инструментом для дистанционного мониторинга и исследования мощных природных и антропогенных явлений, энергия которых достаточна для возбуждения колебаний в атмосфере. Одной из ключевых задач при обработке таких сигналов, зарегистрированных сетью датчиков, является определение временных задержек их прихода на различные приемники. Точность этой оценки напрямую определяет возможности локации источника, реконструкции его параметров и последующей идентификации.

Задачи, требующие анализа относительной временной задержки инфразвуковых сигналов, разнообразны и критически важны. В системах мониторинга за ядерными испытаниями (таких как Международная система мониторинга) точная триангуляция по задержкам сигналов между станциями

позволяет определить эпицентр возможного взрыва. В вулканологии временной анализ волн от извержений помогает отслеживать динамику активности вулкана и оценивать выбросы пепла, опасные для авиации [2]. При наблюдении за падением крупных метеоров (болидов) и взрывами в атмосфере (таких, как Челябинский метеорит) оценка задержек позволяет восстановить траекторию небесного тела. Антропогенные источники, такие как промышленные взрывы или запуски ракет, также являются объектами контроля.

Особую сложность представляет анализ формы самих сигналов. Многие мощные источники генерируют особые волновые формы, среди которых известны N-волны и U-волны [3]. N-волна получила свое название из-за характерного профиля, напоминающего букву «N»: быстрое сжатие (положительная фаза), за которым следует резкое разрежение (отрицательная фаза) с последующим возвращением к равновесию. Классический пример — звуковая волна от сверхзвукового самолета («звуковой удар» [4, 5], см. рис. 1). В природе чистые N-волны часто регистрируются при мощных взрывах и извержениях.

U-волна характеризуется формой, соответствующей букве «U» (резкие подъемы в начале и конце с более плавным участком посередине). U-волна может возникать при внезапном обрушении или провале значительного объема материала, например

* E-mail: idrisov.af17@physics.msu.ru

† E-mail: achulichkov@gmail.com

‡ E-mail: snk@ifaran.ru



Рис. 1. Схема «звукового удара», создаваемого самолетом

при обрушении колонны извержения вулкана или лавового купола, когда происходит быстрое «всасывание» воздуха в образовавшуюся полость. Также U-образные импульсы характерны для определенных режимов грозových разрядов [6] и других процессов с резким импульсным энерговыделением или объемным схлопыванием.

Однако в реальных данных часто наблюдаются не «идеальные» формы, а их сложные комбинации. Например, начальный удар от взрыва может иметь N-образный профиль, а последующие вторичные процессы — генерировать U-образный импульс, формируя сложный составной сигнал. Так, если самолет летит со сверхзвуковой скоростью, то каждая точка его фюзеляжа генерирует звуковую N-волну. Но уже на первых метрах распространения из-за влияния нелинейных эффектов профиль волны трансформируется и превращается в U-волну с узким ударным фронтом (рис. 2).

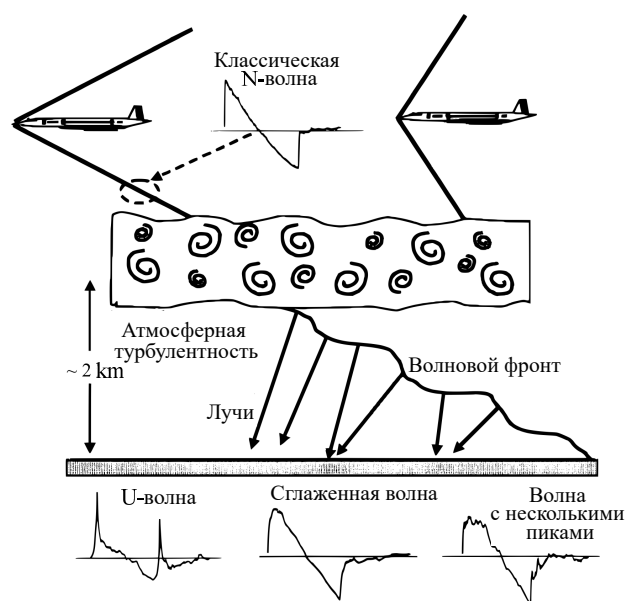


Рис. 2. Образование N- и U- волн при пролете самолета

Другой сценарий — взаимодействие волны с неоднородностями атмосферы или рельефом, что может трансформировать исходную форму. Анализ

таких составных сигналов с помощью традиционных методов, в первую очередь кросс-корреляционного анализа [8, 9], сталкивается с принципиальными трудностями. Корреляция чувствительна к изменениям формы и фазы, и если сигнал на одной станции искажен (например, за счет дисперсии или нелинейных эффектов) относительно сигнала на другой, пик корреляционной функции смещается, приводя к систематическим ошибкам в оценке задержки.

Это обуславливает необходимость в методах, которые были бы более устойчивы к изменениям формы, но при этом сохраняли чувствительность к временному сдвигу. Перспективным направлением является применение методов, основанных на морфологическом анализе сигналов, концепция которого была разработана на физическом факультете МГУ проф. Ю.П. Пытьевым [10–14]. В его основе лежит анализ сигнала как объекта (формы) в пространстве наблюдений. Морфологические методы оперируют понятиями близости форм, их инвариантными признаками, что позволяет сравнивать сигналы даже при существенных амплитудных искажениях и помехах. Такой подход представляется адекватным для работы с хорошо структурированными волнами, такими как комбинации N- и U-импульсов.

Целью данной статьи является исследование возможности применения морфологических методов для задачи оценивания относительной временной задержки модельных инфразвуковых сигналов, представленных в виде комбинации N- и U-волн. В статье рассмотрены особенности этих волновых форм, представлены результаты компьютерного эксперимента, моделирующего регистрацию подобных сигналов с задержкой на фоне шумов, и проанализирована эффективность морфологического подхода. Предполагается, что морфологический подход позволит обеспечить более высокую точность оценки в условиях, когда форма сигнала подвержена изменениям, что критически важно для практических задач инфразвукового мониторинга.

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ N- И U-ВОЛН

1.1. Модель N-волны

Классическая симметричная N-волна в простейшей кусочно-линейной аппроксимации задается следующей зависимостью амплитуды $N(t)$ от времени:

$$N(t) = \begin{cases} -t, & |t| \leq \delta, \\ 0, & |t| > \delta, \end{cases} \quad (1)$$

где параметр $\delta > 0$ определяет полуширину волны. Полная длительность сигнала составляет 2δ . Данная функция описывает характерный профиль:

точка $t = -\delta$ соответствует резкому росту (фронт ударной волны), на интервале $[-\delta, \delta]$ наблюдается линейный спад (разрежение), при этом в точке $t = 0$ происходит переход через ноль, а в точке $t = \delta$ снова наблюдается резкий рост (возврат к давлению окружающей среды).

Спектральное представление N-волны получается путем прямого вычисления ее преобразования Фурье $\mathcal{F}\{\cdot\}$ [15]:

$$\begin{aligned} S_N(f) &= \mathcal{F}\{N(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} N(t)e^{-i2\pi ft} dt = \\ &= \int_{-\delta}^{\delta} (-t)e^{-i2\pi ft} dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Вычисляя данный интеграл, приходим к выражению для комплексного спектра:

$$S_N(f) = i \cdot \frac{1}{2\pi^2 f^2} (\sin(2\pi f\delta) - 2\pi f\delta \cos(2\pi f\delta)). \quad (3)$$

Амплитудный спектр (модуль спектральной плотности) имеет вид:

$$|S_N(f)| = \frac{1}{2\pi^2 f^2} |\sin(2\pi f\delta) - 2\pi f\delta \cos(2\pi f\delta)|. \quad (4)$$

В области низких частот ($f \rightarrow 0$) спектр ведет себя линейно: $|S_N(f)| \approx (2\delta^3/3) \cdot 2\pi f$. На высоких частотах ($f \rightarrow \infty$) доминирует член $2\pi f\delta \cos(2\pi f\delta)$, что обеспечивает спад амплитуды как $\sim 1/f$.

1.2. Модель U-волны через фазовое преобразование N-волны

В отличие от N-волны, которая имеет четко выраженную кусочно-линейную форму во временной области, U-волну удобнее определить не непосредственно, а как результат спектральной трансформации N-волны. Такой подход является физически обоснованным, поскольку, как будет показано, N- и U-волны представляют собой пару сигналов, связанных преобразованием Гильберта [16], которое в частотной области эквивалентно сдвигу фазы на $\pm\pi/2$.

Пусть $S_N(f)$ — преобразование Фурье N-волны, заданной выражением (1):

$$S_N(f) = \int_{-\delta}^{\delta} (-t)e^{-i2\pi ft} dt. \quad (5)$$

Фурье-спектр U-волны $S_U(f)$ отличается от спектра N-волны $S_N(f)$ умножением всех ее отрицательных составляющих на $e^{+i\pi/2} = +i$, а положительных — на $e^{-i\pi/2} = -i$. Математически это записывается с использованием функции знака $\text{sgn}(f)$:

$$S_U(f) = (-i \cdot \text{sgn}(f)) \cdot S_N(f), \quad (6)$$

где

$$\text{sgn}(f) = \begin{cases} +1, & f > 0, \\ 0, & f = 0, \\ -1, & f < 0. \end{cases} \quad (7)$$

Такое преобразование в частотной области соответствует применению преобразования Гильберта \mathcal{H} к исходному сигналу во временной области. Поскольку преобразование Гильберта является линейным оператором, результат его применения к вещественной функции также является вещественной функцией. Это обеспечивается антисимметричным правилом обработки положительных и отрицательных частот: произведение $-i \cdot \text{sgn}(f)$ является чисто мнимой и нечетной функцией, что гарантирует вещественность $\mathcal{F}^{-1}\{S_U(f)\}$.

Таким образом, U-волна во временной области определяется как обратное преобразование Фурье от полученного спектра:

$$U(t) = \mathcal{F}^{-1}\{-i \cdot \text{sgn}(f) \cdot S_N(f)\} \equiv \mathcal{H}[N(t)]. \quad (8)$$

Явное выражение для $U(t)$ может быть получено через интеграл Гильберта:

$$U(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N(\tau)}{t - \tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{-\delta}^{\delta} \frac{-\tau}{t - \tau} d\tau. \quad (9)$$

Вычисление данного интеграла для кусочно-линейной функции $N(t)$ приводит к выражению, содержащему логарифмические члены:

$$U(t) = \frac{1}{\pi} \left[t \ln \left| \frac{t - \delta}{t + \delta} \right| + 2\delta \right], \quad (10)$$

при $|t| \neq \delta$, и доопределенное по непрерывности в особых точках. Данная функция описывает импульс, симметричный относительно $t = 0$, с экстремумом в центре и гладкими (логарифмическими) асимптотиками стремления к нулю при $|t| \rightarrow \infty$.

Представление (8) имеет принципиальное значение: оно устанавливает, что U-волна не является независимой формой, а представляет собой фазово-повернутую версию N-волны. При этом амплитудный спектр сигнала сохраняется (поскольку $|-i \cdot \text{sgn}(f)| = 1$ для всех $f \neq 0$), однако фазовый спектр модифицируется добавлением $\pm\pi/2$, что радикально меняет форму сигнала во временной области (рис. 3).

2. КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ОЦЕНИВАНИЮ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ЗАДЕРЖКИ МОДЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

2.1. Морфологические методы анализа сигналов

Комбинируя N- и U-волны и меняя значения их фаз, можно создавать модельные сигналы сложной формы, имитирующие реальные инфразвуковые сигналы от различных источников. Кроме того, на подобных модельных сигналах удобно проверять работоспособность методов анализа сигналов, в частности — методов, основанных на теории морфологического анализа Ю.П. Пытьева [10–14]. Основным понятием морфологического анализа является понятие формы сигнала. Форма сигнала —

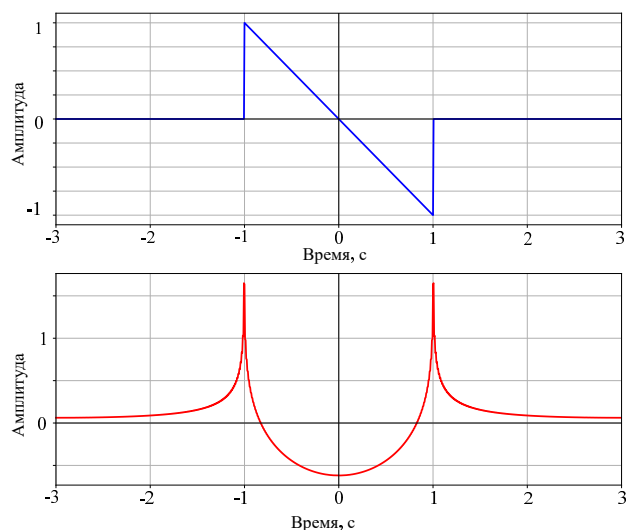


Рис. 3. Характерный вид N-волны и U-волны. Для наглядности U-волна перевернута так, чтобы напоминать букву «U»

это инвариант преобразований условий его регистрации; кроме того, форма сигнала содержит в себе его характерные особенности, которые отличают его от других сигналов. В методах, проверяемых в настоящей работе, форма сигнала определяется двумя способами: через отсчеты (сигнал характеризуется положением максимумов и минимумов [17, 18]) и через вейвлет-спектр (сигнал характеризуется спектральными составляющими [19]). Используя эти определения формы сигнала, можно проанализировать близость участков сигнала из различных каналов по форме, перемещая их друг относительно друга и сравнивая значения близости при разных положениях (этот процесс называется построением карты близостей). Положения, при которых рассматриваемые фрагменты сигнала наиболее близки, и дадут оценку относительной временной задержки. Данные методы описаны более подробно в работе [20].

2.2. Оценивание относительной задержки модельных сигналов в виде N- и U-волн

Для проверки методов был сгенерирован сигнал, состоящий из 3 каналов. В каждом канале полезная часть образована суммой N- и U-волн в различном соотношении: так, в канале 0 множители N- и U-волн принимают значения 0.2 и 0.8, в канале 1 — 0.4 и 0.6, а в канале 2 — 0.7 и 0.3 соответственно. Кроме того, в каждом канале добавлен шум, подчиняющийся стандартному нормальному распределению, умноженному на произвольный множитель. Значения сигнала лежат в диапазоне от -1 до 1 . Данный модельный сигнал изображен на рис. 4.

Для оценки эффективности морфологических методов анализа сигналов была разработана компьютерная программа, осуществляющая генера-

цию модельных сигналов, поиск относительной временной задержки с помощью морфологического метода (с использованием вейвлет-спектра в качестве формы сигнала) и графическое отображение результатов. Также использовалась отдельная программа, осуществляющая оценивание с помощью морфологического метода, основанного на использовании упорядоченности экстремумов сигнала для построения формы. Как и в работе [20], в настоящей работе для оценки эффективности морфологических методов анализа сигналов проводилось оценивание относительной задержки фрагментов сигналов в парах каналов. При этом варьировались число отсчетов, образующих сигнал в каждом канале (250, 500, 750) и множитель шума (0.01, 0.02, 0.03). В качестве величины погрешности использовался модуль разности рассчитанного и ожидаемого значений временной задержки. Шаг по времени (расстояние по времени между двумя соседними отсчетами) равен 0.04 с

Для числа отсчетов, равного 250, сигнал в первом канале был сдвинут относительно нулевого влево на 0.48 с, а во втором — вправо на 0.72 с; для 500 отсчетов первый канал сдвинут влево на 1 с, второй — вправо на 1.48 с; для 750 отсчетов первый канал сдвинут влево на 1.48 с, второй — вправо на 2.24 с. Размер окна, в котором производилось сравнение фрагментов по форме, равен 0.48, 1 и 1.48 с (12, 25 и 37 отсчетов) соответственно для каждого числа отсчетов (таким образом, окно вмещает в себя полезную часть сигнала, содержащую непосредственно N- и U-волны). Максимально допустимый размер сдвига равен 3 с.

Для поиска относительной временной задержки выбирались два фрагмента сигналов одинаковой длительности из разных каналов (опорного и анализируемого) и вычислялась морфологическая близость этих фрагментов (способ вычисления зависит от используемого морфологического метода). Данная процедура повторялась для каждой пары фрагментов из двух каналов и для каждой пары каналов. В результате образовывалась карта морфологической близости, по которой можно было оценить относительную временную задержку пары каналов. В качестве опорного был выбран нулевой канал, таким образом, определялись сдвиги фрагментов сигнала в первом канале относительно каждого фрагмента нулевого канала и сдвиги фрагментов второго канала относительно каждого фрагмента нулевого канала.

Для представления результатов эксперимента были построены трехмерные графики зависимости погрешности оценивания от числа отсчетов и уровня шума для каждой пары каналов и для каждого морфологического метода (рис. 5). Результаты демонстрируют адекватное оценивание относительной задержки между каналами: для большей части конфигураций эксперимента отклонение не превышает 0.04 с, а в целом отклонение находится в пределах от 0.04 до 0.12 с (т.е. от 1 до 3 отсчетов). Исключение составляет высокое значение отклонения

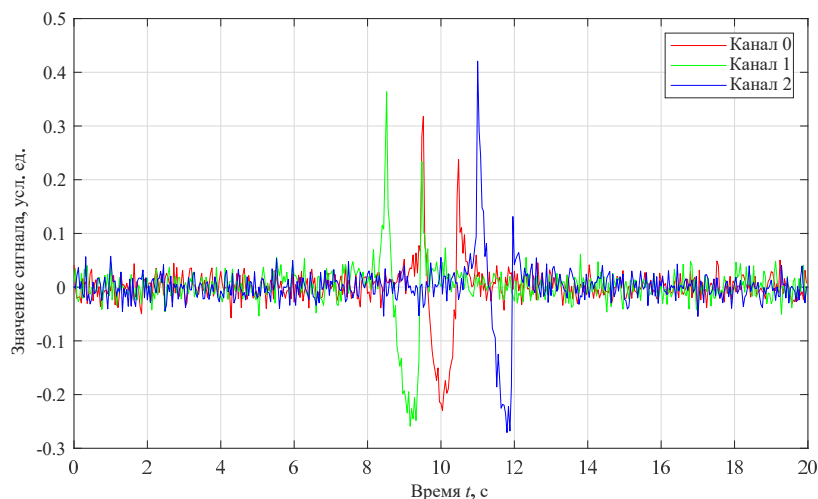


Рис. 4. Модельный сигнал, состоящий из 3 каналов. В каждом канале — сумма N-волны и U-волны в различных соотношениях и нормально распределенный шум. Число отсчетов 500, уровень шума 0.02

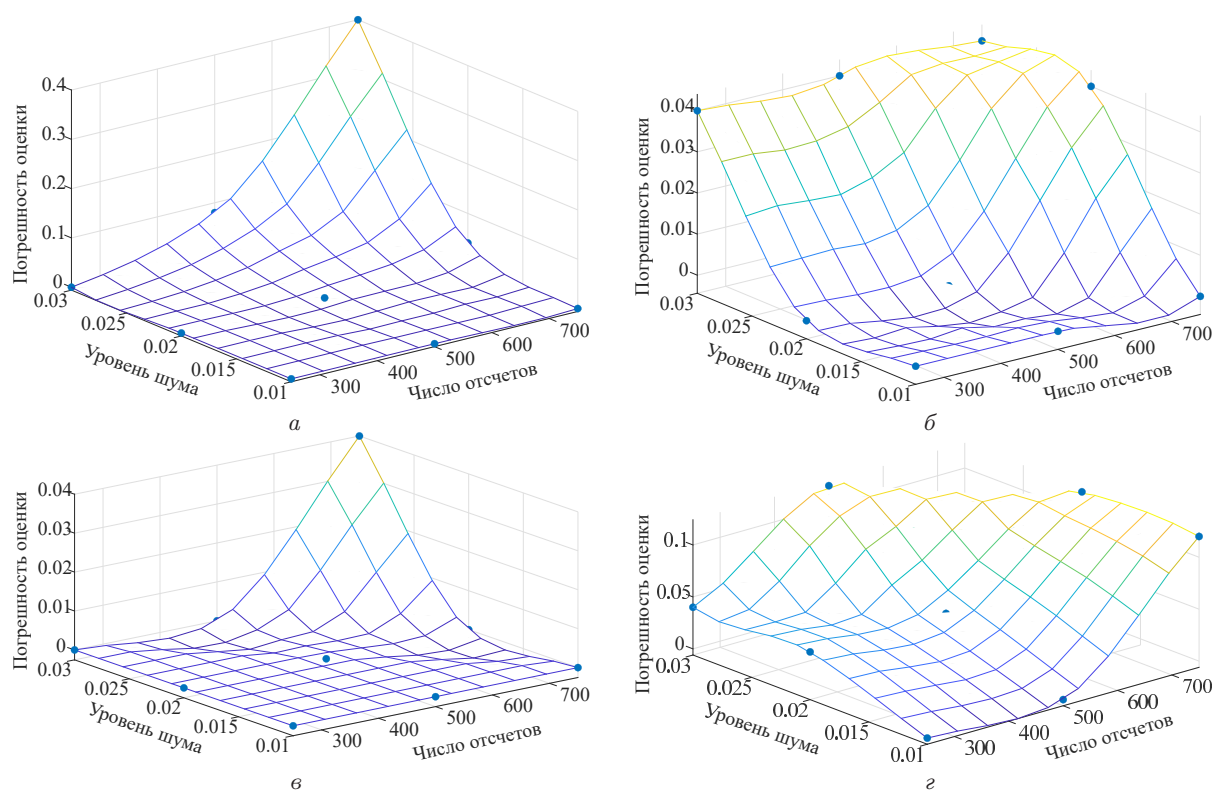


Рис. 5. Точность оценивания относительной задержки модельных сигналов с использованием методов морфологического анализа в зависимости от количества отсчетов в сигнале и уровня шума: *а* — каналы 0 и 1, форма сигнала определяется вейвлет-спектром; *б* — каналы 0 и 2, форма сигнала определяется вейвлет-спектром; *в* — каналы 0 и 1, форма сигнала определяется отсчетами; *г* — каналы 0 и 2, форма сигнала определяется отсчетами

(0.4 с) в случае оценки сдвига первого канала методом, использующим вейвлет-спектр. Это может свидетельствовать о наличии некоторой погрешности у данного метода, поскольку для остальных конфигураций в случае первого канала данный метод дал адекватные оценки точности. Стоит отметить небольшую величину отклонения при больших значениях числа отсчетов в сигнале и уровня шума. Кроме того, метод, использующий в качестве фор-

мы сигнала вейвлет-спектр, поначалу более устойчив к изменениям числа отсчетов и уровня шума, однако при некоторых параметрах может давать меньшую точность оценивания (вышеупомянутый «выброс» значения погрешности для первого канала), чем метод, в котором форма сигнала определяется упорядоченностью его отсчетов. В целом оба метода позволяют получить разумную оценку величины относительной временной задержки сигналов

и могут дополнять друг друга при работе с сигналами различной формы и природы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрена актуальная задача оценивания относительной временной задержки инфразвуковых сигналов, форма которых представляет собой комбинацию характерных для природных и техногенных источников N- и U-волн. В качестве подхода к решению задачи предложено использование морфологических методов анализа, которые оперируют понятием формы сигнала как инвариантной характеристики, устойчивой к изменениям условий регистрации.

Основным результатом работы стала экспериментальная проверка двух морфологических подходов к определению сдвига сигналов: на основе формы, заданной отсчетами, и на основе формы, заданной вейвлет-спектром. Проведенный компьютерный эксперимент на модельных трехка-

нальных сигналах с различным соотношением N- и U-волн, разным числом отсчетов и разным уровнем шума продемонстрировал работоспособность обоих методов.

Установлено, что метод, использующий вейвлет-спектр, проявляет большую устойчивость к изменению числа отсчетов и уровня шума на начальных этапах, однако метод, основанный на упорядоченности отсчетов, может обеспечивать более высокую точность в условиях сильных искажений и давать в среднем более стабильную и низкую погрешность оценивания. Это свидетельствует о том, что предложенные подходы не являются взаимоисключающими, а могут дополнять друг друга, повышая надежность оценивания в различных условиях регистрации.

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (разделы 1 и 4) и государственного задания Института физики атмосферы имени А.М. Обухова РАН по теме 17.1 (раздел 2) и проекту РНФ № 25-1700060 (раздел 3).

- [1] Kulichkov, S.N // *Meteorology and Atmospheric Physics*. **85**. 47 (2004).
- [2] Дроздин Д.В., Дроздина С.Я., Семенов С.Л. и др. // *Геофизические исследования*. **25**. № 3. 29 (2024).
- [3] Закиров М.Н., Куличков С.Н., Чуличков А.И. и др. // *Доклады РАН. Науки о Земле*. **511**. № 1. 98 (2023).
- [4] Руденко О.В., Маков Ю.Н. // *Акустический журнал*. **67**. № 1. 3 (2021).
- [5] Haering Jr. E.A., Smolka J.W., Murray J.E. et al. // *AIP Conference Proceedings*. **838**. N 1. 647 (2006).
- [6] Yuldashev P., Ollivier S., Averyanov M. et al. *Acoustical Society of America*. **128**. N 6. 3321 (2010).
- [7] Красильников В.А. // *Акустический журнал*. **44**. № 4. 559 (1998).
- [8] Аврамчук В.С., Чан Вьет Тьяу // *Известия ТПУ*. № 5 (2009).
- [9] Roshani K. Prematunga // *Australian Critical Care*. N 3. **25**. 195 (2012).
- [10] Пытьев Ю.П. // *Докл. АН СССР*. **224**, № 6. 1283 (1975).
- [11] Пытьев Ю.П. // *Докл. АН СССР* **269**, № 5. 1061 (1983).
- [12] Пытьев Ю.П. // *Математические методы исследования природных ресурсов Земли из космоса*. 1984. С. 41–82.
- [13] Пытьев Ю.П., Чуличков А.И. *Методы морфологического анализа изображений*. М., 2010.
- [14] Чуличков А.И., Пытьев Ю.П., Фаломкина О.В., Зубок А.В. // *Ученые записки физического ф-та Московского ун-та*. № 4. (2017).
- [15] Bloomfield P. *Fourier Analysis of Time Series: An Introduction*. 2004.
- [16] Бутырский Е. Ю. // *Научное приборостроение*. **4**. № 4. 30 (2014).
- [17] Асминг В.Э., Евтюгина З.А., Виноградов Ю.А., Федоров А.В. // *Вестник Мурманского государственного технического университета*. № 2. **12**. (2009).
- [18] Чуличков С.Н., Чуличков А.И., Демин Д.С. *Морфологический анализ инфразвуковых сигналов в атмосферной акустике*. М., 2010.
- [19] Sadowsky J. // *Johns Hopkins APL Technical Digest*. N 3. **17**. (1996).
- [20] Идрисов А.Ф., Чуличков А.И. // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* **80**, № 6. 2560902. (2025).

Morphological Methods for Estimating the Relative Delay of Infrasound Signals in the Form of N- and U-Waves

A. F. Idrisov^{1,a}, A. I. Chulichkov^{1,2,b}, S. N. Kulichkov^{1,2,c}

¹Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia

²A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics of the Russian Academy of Sciences
Moscow 119017, Russia

E-mail: ^a idrisov.af17@physics.msu.ru, ^b achulichkov@gmail.com, ^c snk@ifaran.ru

The present paper investigates the accuracy of estimating the relative time delay for model infrasound signals of complex shape, represented as a combination of N- and U-waves typical of recordings

of natural events (explosions, eruptions, meteors). To solve this problem, it is proposed to apply morphological methods of signal analysis developed at the Department of Mathematical Modelling and Computer Science of the Faculty of Physics of Lomonosov Moscow State University. These methods make it possible to work effectively with the waveform, which is crucial for the correct determination of the time parameters of non-stationary waves. Brief descriptions of the morphological approach and the features of N-/U-waves are given, as well as the results of a computer experiment on estimating the relative delay of model signals using morphological methods. The experiment demonstrates the operability and potential advantages of the proposed methods in the presence of interference and distortions of the waveform. The obtained results can be used to improve the accuracy and reliability of systems for locating infrasound sources in the field of geophysics and atmospheric physics.

PACS: 43.60.-c, 05.45.Tp, 02.90.+p

Keywords: atmospheric physics, signal analysis, acoustics, morphological analysis, time delay estimation, wavelet spectrum, infrasound signals, N-waves, U-waves.

Received 04 March 2026.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2026. **81**, No. . Pp. .

Сведения об авторах

1. Идрисов Александр Фаритович — аспирант; e-mail: idrisov.af17@physics.msu.ru.
2. Чуличков Алексей Иванович — доктор физ.-мат. наук, профессор; e-mail: achulichkov@gmail.com.
3. Куличков Сергей Николаевич — доктор физ.-мат. наук; e-mail: snk@ifaran.ru.